

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

Кафедра теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету (директор
навчально-наукового інституту)
фізичний факультет

(вказати назву структурного підрозділу)

ВОВК Руслан Володимирович

(вказати П.І.Б керівника)

“ 30 ” 08 2025р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Теорія низьковимірних систем

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)галузь знань 10 Природничі науки

(шифр і назва)

спеціальність 104 – Фізика та астрономія

(шифр і назва)

освітня програма «Фізика»

(шифр і назва)

спеціалізація _____

(шифр і назва)

вид дисципліни обов'язкова

(обов'язкова / за вибором)

факультет фізичний

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою фізичного факультету

“ 29 ” 08 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Філь Дмитро Вячеславович, доктор фіз-мат. наук, с.н.с., професор кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М. Ліфшиця

Програму схвалено на засіданні кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

Протокол від “ 27 ” 08 2025 року № 18

Завідувач кафедри теоретичної фізики імені академіка І.М.Ліфшиця

(підпис)

Рашба Г.І.
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми

фізика (спеціальність 104 – фізика та астрономія)

назва освітньої програми

Гарант освітньої (професійної/наукової) програми
(керівник проектної групи) Лазоренко О.В.

(підпис)

Лазоренко О.В.
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією

фізичного факультету

назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від “ 28 ” 08 2025 року № 5

Голова методичної комісії фізичного факультету

(підпис)

Макаровський М.О..
(прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Теорія низьковимірних систем” складена відповідно до освітньо-наукової (освітньо-професійної) програми підготовки першого рівню вищої освіти – бакалавр спеціальності 104 – фізика та астрономія освітня програма – фізика

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «теорія низьковимірних систем» є надання студентам уявлень про сучасні стан теорії двовимірного електронного газу в магнітному полі, теорії двовимірних кристалів, теорії топологічних ізоляторів, і теорії двовимірної надплинної рідини, про основні моделі в теорії низьковимірних магнетизму та їх точні й наближені методи розв’язування.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

- навчити студентів основам квантової теорії низьковимірних систем і теорії фазових перетворень в таких системах,
- надати студентам уявлення про сучасні "гарячі точки" і сучасну проблематику теорії низьковимірних систем.

Компетентності, що забезпечуються дисципліною:

1.3. Кількість кредитів – 5.

1.4. Загальна кількість годин – 150.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни
За вибором
Денна форма навчання
Рік підготовки
4-й
Семестр
8-й
Лекції
48 год.
Практичні, семінарські заняття
24 год.
Лабораторні заняття
Не передбачені навчальним планом
Самостійна робота
78 год.
Індивідуальні завдання
Курсова робота
Екзамен

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна.:

Знати, розуміти та бути здатним застосовувати на професійному рівні принципи і теоретичні підходи до опису аналізу, тлумачення, пояснення і класифікації суті та механізмів різноманітних фізичних явищ і процесів, які відбуваються у низьковимірних системах.

Бути здатним застосовувати математичні знання з теорії лінійних операторів, теорії ймовірностей та математичної статистики з метою отримання фізичних характеристик

низьковимірних систем, використовувати симетрійні і топологічні принципи в аналізі фізичних явищ в низьковимірних системах, зокрема в низьковимірних магнітних системах.

- Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується складністю та невизначеністю умов (ІК).

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1).
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях (ЗК-2).
- Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій (ЗК-3).
- Здатність бути критичним і самокритичним (ЗК-4).
- Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК-5).
- Навички міжособистісної взаємодії (ЗК-6).
- Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт (ЗК-8).
- Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК-9).
- Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово (ЗК-12).
- Здатність спілкуватися іноземною мовою (ЗК-13).
- Знання і розуміння теоретичного та експериментального базису сучасної фізики та астрономії (ФК-1).
- Здатність працювати із науковим обладнанням та вимірювальними приладами, обробляти та аналізувати результати досліджень (ФК-4).
- Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв'язування фізичних та астрономічних задач і моделювання фізичних систем (ФК-5).
- Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси (ФК-6).
- Здатність використовувати базові знання з фізики та астрономії для розуміння будови та поведінки природних і штучних об'єктів, законів існування та еволюції Всесвіту (ФК-7).
- Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації (ФК-9).
- Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей (ФК-10).
- Усвідомлення професійних етичних аспектів фізичних та астрономічних досліджень (ФК-12).
- Орієнтація на найвищі наукові стандарти - обізнаність щодо фундаментальних відкриттів та теорій, які суттєво вплинули на розвиток фізики, астрономії та інших природничих наук. (ФК-13).
- Здатність здобувати додаткові компетентності через вибіркові складові освітньої програми, самоосвіту, неформальну та інформальну освіту (ФК-14).

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна.

Програмні результати навчання, що забезпечуються дисципліною:

- Знати, розуміти та вміти застосовувати на базовому рівні основні положення загальної та теоретичної фізики, зокрема, класичної, релятивістської та квантової механіки, молекулярної фізики та термодинаміки, електромагнетизму, хвильової та квантової оптики, фізики атома та атомного ядра для встановлення, аналізу, тлумачення, пояснення й класифікації суті та механізмів різноманітних фізичних явищ і процесів для розв'язування складних спеціалізованих задач та практичних проблем з фізики та/або астрономії (ПРН-1).
- Знати і розуміти фізичні основи астрономічних явищ: аналізувати, тлумачити, пояснювати і класифікувати будову та еволюцію астрономічних об'єктів Всесвіту (планет, зір, планетних систем, галактик тощо), а також основні фізичні процеси, які відбуваються в них (ПРН-2).

- Знати і розуміти експериментальні основи фізики: аналізувати, описувати, тлумачити та пояснювати основні експериментальні підтвердження існуючих фізичних теорій (ПРН-3).
- Знати основні актуальні проблеми сучасної фізики та астрономії (ПРН-5).
- Оцінювати вплив новітніх відкриттів на розвиток сучасної фізики та астрономії (ПРН-6).
- Розуміти, аналізувати і пояснювати нові наукові результати, одержані у ході проведення фізичних та астрономічних досліджень відповідно до спеціалізації (ПРН-7).
- Мати базові навички самостійного навчання: вміти відшукувати потрібну інформацію в друкованих та електронних джерелах, аналізувати, систематизувати, розуміти, тлумачити та використовувати її для вирішення наукових і прикладних завдань (ПРН-8).
- Вміти упорядковувати, тлумачити та узагальнювати одержані наукові та практичні результати, робити висновки (ПРН-11).
- Розуміти зв'язок фізики та/або астрономії з іншими природничими та інженерними науками, бути обізнаним з окремими (відповідно до спеціалізації) основними поняттями прикладної фізики, матеріалознавства, інженерії, хімії, біології тощо, а також з окремими об'єктами (технологічними процесами) та природними явищами, що є предметом дослідження інших наук і, водночас, можуть бути предметами фізичних або астрономічних досліджень (ПРН-13).
- Знати і розуміти роль і місце фізики, астрономії та інших природничих наук у загальній системі знань про природу та суспільство, у розвитку техніки й технологій та у формуванні сучасного наукового світогляду (ПРН-17).
- Розуміти значення фізичних досліджень для забезпечення сталого розвитку суспільства (ПРН- 22).
- Розуміти історію та закономірності розвитку фізики та астрономії (ПРН-23).
- Розуміти місце фізики та астрономії у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій (ПРН-24).
- Мати навички самостійного прийняття рішень стосовно своїх освітньої траєкторії та професійного розвитку (ПРН-25).

1.8. Пререквізити

Для вивчення даного спецкурсу студент повинен попередньо прослухати й успішно скласти дисципліни, що належать до фундаментальної фізико-математичної підготовки: «Вища математика» (лінійна алгебра, диференціальні рівняння, елементи комплексного аналізу), «Квантова механіка», «Статистична фізика», «Теорія кристалічної решітки

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Двовимірний електронний газ в магнітному полі.

Тема 1. Двовимірний електронний газ. Квантовий ефект Холла.

Прямокутні і трикутні квантові ями. Гетероструктури з квантовими ямами. Спектр двовимірного електронного газу в магнітному полі. Класичний і квантовий ефект Холла. Роль локалізованих станів. Крайові стани в системах з квантовим ефектом Холла.

Тема 2. Фаза Беррі

Загальне визначення фази Беррі. Фаза Беррі для спину в магнітному полі. Ефект Ааронова-Бома і фаза Беррі. Штучні калібрувальні поля і фаза Беррі

Тема 3. Топологічні інваріанти в теорії квантового ефекту Холла

Холловська провідність, розрахунок в наближенні лінійного відгуку. Число Черна. ТКНН - інваріант.

Розділ 2. Електронні властивості графену.

Тема 4. Електронний спектр графену в моделі сильного зв'язку.

Кристалічна структура графену. Зона Бріллюэна. Електронний спектр. Діраківські точки. Рівні Ландау в графені. Тунелювання Клейна в графені

Тема 5. Теорія лінійного відгуку графену на зовнішні поля

Високочастотна провідність графену. Поглинання електромагнітного поля в графені. Поверхневі плазмони в графені.

Розділ 3. Основи теорії топологічних ізоляторів.

Тема 6. Симетрія гамільтоніану електронів на решітці відносно обернення часу

Симетрія відносно обернення часу для бесспінових частинок. Симетрія відносно обернення часу для частинок зі спіном. Теорема Крамерса.

Тема 7. Моделі двовимірних топологічних ізоляторів

Модель Халдейна і модель Кейна-Меле. Гетероструктура HgTe-CdTe як двовимірний топологічний ізолятор: модельний опис. Балістичний транспорт в одновимірних каналах.

Тема 8. Z_2 топологічний інваріант

Z_2 топологічний інваріант і нулі Пфаффіану. Z_2 топологічний інваріант в системах з центром інверсії

Тема 9. Тривимірні топологічні ізолятори

Сильні і слабкі тривимірні топологічні ізолятори. Поверхневі стани тривимірних топологічних ізоляторів.

Розділ 4. Перетворення Березинського-Костерліца-Таулеса.

Тема 10. Особливості фазових перетворень в двовимірних системах

Бозе-конденсація в тривимірній і двовимірних системах. Відсутність далекого порядку в двовимірних системах.

Тема 11. Вихрі в надплинних системах. Взаємодія вихрів

Квантові вихрі. Загасання надплинного потоку в системі в квантовими вихорями. Вільна енергія системи вихорів. Температура переходу Березинського-Костерліца-Таулеса.

Тема 12. Надплинна щільність і перехід Березинського-Костерліца-Таулеса.

Енергія взаємодії вихорів в двовимірній надплинній системі. Зменшення надплинної щільності за рахунок нормальних збуджень і за рахунок вихорів. Стрибок надплинної щільності в точці переходу Березинського-Костерліца-Таулеса.

Розділ 5. Спінові моделі. Точні та наближені методи в теорії низьковимірного магнетизму

Тема 13. Гамільтоніан Гейзенберга.

Основний стан гейзенберговського ферромагнетика. Спінова хвиля. Спектр найнижчих станів гейзенберговського ферромагнетика.

Тема 14. Одновимірний замкнений ланцюжок в ізотропній моделі Гейзенберга.

Метод Бете рішення одновимірної задачі ($s = 1/2$). Енергія основного стану гейзенберговського антиферромагнетика.

Тема 15. Анізотропний ланцюжок Гейзенберга зі спіном $1/2$ як точно розв'язувана квантова модель.

Квантовий метод зворотної задачі розсіювання.

Тема 16. Точно розв'язувана одновимірна XY-модель зі спіном $1/2$.

Термодинаміка XY-моделі. Квантовий фазовий перехід по полю в ізотропній XY-моделі при $T = 0$.

Тема 17. Двовимірна ґратка Ізінга.

Матриця переходу. Зведення задачі до одновимірної ХУ-моделі. Точне рішення для двовимірної моделі Ізінга без магнітного поля.

Тема 18. Рівняння руху спина в магнітному полі. Прецесія.

Лінеаризація рівнянь руху. Напівкласична теорія спінових хвиль у ферромагнетику.

Напівкласична теорія спінових хвиль в антиферромагнетику. Випадок лінійного ланцюжка.

Тема 19. Модель Хаббарда.

Точний розв'язок для одновимірної моделі методом Бете.

Тема 20. Проблема Кондо.

Точний розв'язок методом Бете.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин					
	денна форма					
	усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7
Розділ 1. Двовимірний електронний газ в магнітному полі.						
Тема 1. Двовимірний електронний газ. Квантовий ефект Холла.	8	3	2			5
Тема 2. Фаза Беррі	8	2.5	2			5
Тема 3. Топологічні інваріанти в теорії квантового ефекту Холла	8	2.5	2			5
Разом за розділом 1	24	8	6			15
Розділ 2. Електронні властивості графену.						
Тема 4. Електронний спектр графену в моделі сильного зв'язку.	8	2.5	2			4
Тема 5. Теорія лінійного відгуку графену на зовнішні поля.	6	2.5	2			4
Разом за розділом 2	14	5	4			8
Розділ 3. Основи теорії топологічних ізоляторів.						
Тема 6. Симетрія гамільтоніану електронів на решітці відносно обернення часу	8	2.5	1			5
Тема 7. Моделі двовимірних топологічних ізоляторів	8	2.5	1			5
Тема 8. Z_2 топологічний інваріант	8	2.5	1			5
Тема 9. Тривимірні топологічні ізолятори	8	2.5	1			5
Разом за розділом 3	32	10	4			20
Розділ 4. Перетворення Березинського-Костерліца-Таулеса.						
Тема 10. Особливості фазових перетворень в двовимірних системах.	8	3	2			6
Тема 11. Вихорі в надплинних системах. Взаємодія вихорів.	8	2	2			6
Тема 12. Надплинна щільність і перехід Березинського-Костерліца-Таулеса.	8	2	2			6

Разом за розділом 4	24	7	6			18
Розділ 5. Спінові моделі. Точні та наближені методи в теорії низьковимірного магнетизму						
Тема 13. Одновимірна модель Ізінга	4	2				3.5
Тема 14. Одновимірний замкнений ланцюжок в ізотропній моделі Гейзенберга.	5	2	1			3.5
Тема 15. Анізотропний ланцюжок Гейзенберга зі спіном $\frac{1}{2}$ як точно розв'язувана квантова модель.	5	2	1			3.5
Тема 16. Точно розв'язувана одновимірна ХУ-модель зі спіном $1/2$.	5	2	1			3.5
Тема 17. Двовимірна ґратка Ізінга	2	2				
Тема 18. Рівняння руху спина в магнітному полі. Прецесія.	2	2				
Тема 19. Модель Хаббарда	3	3				2
Тема 20. Проблема Кондо.	3	3	1			1
Разом за розділом 5	26	18	4			17
Усього годин	150	48	24			78

4. Теми практичних занять (семінарів).

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Крайові стани в системах з квантовим ефектом Холла	3
2	Ефект Ааронова-Бома і фаза Беррі	3
3	Штучні калібрувальні поля і фаза Беррі	2
4	Тунелювання Клейна в графені	2
5	Балістичний транспорт в одновимірних каналах.	2
6	Гетероструктура HgTe-CdTe як двовимірний топологічний ізолятор: модельний опис.	3
7	Спінові моделі: перехід від спінових операторів до операторів народження та знищення	3
8	Термодинаміка моделі Гейзенберга в наближенні спінових хвиль	3
9	Квантові фазові переходи в ізотропній ХУ моделі	3
	Усього годин	24

5. Завдання для самостійної роботи

Пояснення щодо того, що повинен зробити студент під час самостійної роботи:

1. По всім нижче вказаним темам опрацювати конспекти лекцій, прочитати відповідні параграфи в підручниках та монографіях;
2. Самостійно готуватися до семінарських занять;
3. Самостійно підготувати письмову доповідь на семінарі.

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість Годин
1	Двовимірний електронний газ. Квантовий ефект Холла.	5
2	Фаза Беррі	5

3	Топологічні інваріанти в теорії квантового ефекту Холла	5
4	Електронний спектр графену в моделі сильного зв'язку.	4
5	Теорія лінійного відгуку графену на зовнішні поля.	4
6	Симетрія гамільтоніану електронів на решітці відносно обернення часу	5
7	Моделі двовимірних топологічних ізоляторів	5
8	Z_2 топологічний інваріант	5
9	Тривимірні топологічні ізолятори	5
10	Особливості фазових перетворень в двовимірних системах.	6
11	Вихорі в надплинних системах. Взаємодія вихорів.	6
12	Надплинна щільність і перехід Березінського-Костерліца-Таулеса.	6
13	Одновимірна модель Ізінга. Термодинаміка одновимірної моделі Ізінга. Дослідити температурну залежність теплоємності від температури в нульовому магнітному полі. Порівняти з результатом для простого парамагнетика.	3.5
14	Гамільтоніан Гейзенберга. Спектр найнижчих станів гейзенберговського ферромагнетика. Для ланцюжка зі спіном ($s = 1/2$) у разі одновісної анізотропії знайти спектр стаціонарних станів з одним оберненим спіном для циклічних граничних умов та для «відкритого» ланцюжка.	3.5
15	Метод Бете розв'язку одномірної задачі ($s = 1/2$). Методом Бете знайти спектр стаціонарних станів з двома оберненими спінами для нескінченного ланцюжка.	3.5
16	Діагоналізація гамільтоніану ХУ-моделі за допомогою u-v-перетворення Боголюбова. Дослідити залежність теплоємності від температури в різних магнітних полях.	3.5
17	Модель Хаббарда. Проаналізувати види симетрії в моделі Хаббарда.	1
	Усього годин	78

6. Індивідуальні завдання Теми курсових робіт

1. Крайові струми в теорії квантового ефекту Холла.
2. Використання фази Беррі для опису штучних калібрувальних полів в теорії ультрахолодних газів.
3. Оператор магнітних трансляцій у випадку довільного калібрування.
4. Рівні Ландау в графені.
5. BNZ-модель ізолятора Черна.
6. BNZ-модель топологічного ізолятора. Решіткова версія.
7. Рівні Ландау на поверхні топологічного ізолятора.
8. Загасання надплинного потоку за рахунок руху квантових вихорів.

7. Методи контролю

Підготовка письмової доповіді для виступу на семінарі, виступ на семінарі, написання та захист курсової роботи, екзамен.

8. Схема нарахування балів

	Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання	Екзамен	Сума
Розділи 1-5 (T1-T20)	Разом		

Поточне опитування	Письмова доповідь	Виступ з доповіддю на семінарі	Курсова робота			
10	10	20	20	60	40	100

Для зарахування розділів 1-5 треба набрати у підсумку не менше 5 балів за результатами поточного опитування та участі у семінарських заняттях за кожний з розділів. Треба представити письмову доповідь для виступу на семінарі й набрати за неї не менше 5 балів. Виступити з усною доповіддю на семінарі та набрати за виступ не менше 10 балів. Для зарахування курсової роботи треба набрати у підсумку не менше 10 балів. Для допуску до письмового заліку треба набрати у підсумку не менше 30 балів. За залікову письмову роботу студент повинен набрати не менше 20 балів та загалом не менше 50 балів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

9. Рекомендована література

Основна література

1. Mikhail I. Katsnelson, “Graphene. Carbon in two dimensions”, Cambridge university press, Cambridge, 2012.
2. B. Andrei Bernevig with Taylor L. Hughes, “Topological insulators and topological superconductors”, Princeton university press, Princeton and Oxford, 2013.
3. Shun-Qing Shen. Topological Insulators Dirac Equation in Condensed Matters, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012.
4. P.M.Chaikin, T.S.Lubensky. Principles of condensed matter physics. Cambridge University Press 1995.
5. Mattis D. The Theory of Magnetism Made Simple. World Scientific Publishing, 2006.
6. T. D. Stanescu. Introduction to Topological Quantum Matter & Quantum Computation. Second Edition. CRC Press, 2024.
7. M. Guidry, Y. Sun. Symmetry, Broken Symmetry, and Topology in Modern Physics A First Course. Cambridge University Press 2022
8. Barry Bradlyn and Mikel Iraola, Lecture notes on Berry phases and topology, SciPost Phys. Lect. Notes 51 (2022), doi: 10.21468/SciPostPhysLectNotes.51

Допоміжна література

1. J. H. Davies The physics of low dimensional semiconductors. Cambridge University Press, 1998.
2. S.M.Girvin The Quantum Hall Effect: Novel Excitations and Broken Symmetries <http://arxiv.org/abs/cond-mat/9907002>.
3. G. Tkachov, Topological Insulators The Physics of Spin Helicity in Quantum Transport Grigory Tkachov Pan Stanford Publishing . 2016.

4. B. I. Halperin Quantized Hall conductance, current-carrying edge states, and the existence of extended states in a two-dimensional disordered potential Phys. Rev. B 25, 2185 (1982)
5. H. CastroNeto, F. Guinea, N. M. Peres, K. S. Novoselov, A. K. Geim: The electronic properties of graphene, Review of Modern Physics. **81**, 109 (2009).
6. M. Z. Hasan, C. L. Kane. Topological Insulators, Review of Modern Physics **82**, 3045 (2010).
7. J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliunas, Patrik Ohberg, Artificial gauge potentials for neutral atoms, Review of Modern Physics **83**, 1523 (2011).
8. B. Sutherland. Beautiful Models, 70 Years of exactly Solved Quantum Many-Body Problems, World Scientific Publishing, 2004.

10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. Учбові матеріали на сайті кафедри теоретичної фізики

http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students_study_ukr.html
http://kaf-theor-phys.univer.kharkov.ua/ukrainian/for%20students_ref_ukr.html

2. Конспект лекцій нобелівського лауреата А.Леггетта "Physics in Two Dimensions" в університеті Іллінойсу

<https://courses.physics.illinois.edu/phys598PTD/fa2013>

3. Електронні версії деяких підручників у відкритому доступі

<https://ia803206.us.archive.org/4/items/landau-and-lifshitz-physics-textbooks-series/Vol%203%20-%20Landau%2C%20Lifshitz%20-%20Quantum%20mechanics%20-%20non-relativistic%20theory%20%283ed.%2C%201991%29.pdf>
<https://ia800702.us.archive.org/22/items/ost-physics-landaulifshitz-statisticalphysics/LandauLifshitz-StatisticalPhysics.pdf>
<http://www.fulviofrisone.com/attachments/article/208/Landau%20L.D.%20&%20Lifschitz%20E.M.-%20Vol.%209%20-%20Statistical%20Physics%20part%202.pdf>